*Alberto Cina
**Ambrogio Maria Manzino

Dai “piccoli sistemi” locali della cartografia catastale a quelli globali GNSS

Territorio Italia 2018, 1, 3; doi: 10.14609/Ti_1_18_3i

Parole chiave: **Trasformazione tra sistemi di riferimento, Rilievi catastali, Aggiornamento dei sistemi geodetici catastali.**

Abstract L’adozione delle tecniche di misura satellitari anche per operazioni di misura e aggiornamento catastale pone il problema della trasformazione tra i vecchi sistemi di riferimento nei quali è stata generata tale cartografia verso i moderni sistemi di riferimento. Il problema nel caso catastale è complicato da tanti fattori di origine tecnica, scientifica ed anche storica inerenti le modalità di realizzazione dei sistemi di riferimento all’impianto del catasto. A partire da una procedura geodetica, già proposta su questa rivista che permette la trasformazione tra sistemi catastali e globali in base alla conoscenza dell’origine catastale e di alcuni punti di doppie coordinate, si illustra ora una nuova e più complessa procedura, da applicare ad un insieme di piccole origini nelle quali non siano note le coordinate di un numero di punti sufficienti per applicare il precedente metodo di trasformazione.

Il nuovo metodo viene chiamato “Triangolazione Aerea Catastale” (TAC) per le analogie con la triangolazione aerea fotogrammetrica: seguendo tale analogia possiamo affermare che necessita di un limitato numero di punti “di appoggio” per ogni “blocco”, cioè per un insieme di origini catastali. È necessario poi che vi siano vertici comuni ad origini catastali e con coordinate note nei due o più sistemi di riferimento locali. In genere tali vertici si trovano nelle zone perimetrali di ogni sistema di riferimento locale e costituiscono analogamente i “punti di legame”.

In questa nota, dopo aver illustrato il metodo, vengono criticamente esposti i risultati ottenuti su una vasta provincia del Piemonte. Ciò permette a ritroso di valutare, anche se solo in parte, la precisione delle reti catastali di impianto che hanno costituito l’ossatura per la costruzione della successiva mappa di impianto. Il metodo è poi stato esteso a tutta la Regione Piemonte con analogo successo.

* Politecnico di Torino – DIATI (Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente, del Territoio e delle Infrastrutture), alberto.cina@polito.it

** Politecnico di Torino – DIATI (Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente, del Territoio e delle Infrastrutture), ambrogio.manzino@polito.it

1 | INTRODUZIONE

La cartografia catastale è un potente strumento di conoscenza del territorio, di accertamento della proprietà e di regolamento dei confini. Pur riportando prevalentemente il tematismo della proprietà, essa è generalmente una delle poche cartografie a grande scala estesa sul territorio nazionale. Concepita e istituita in certe zone già da un paio di secoli, è stata continuamente aggiornata per seguire le evoluzioni del territorio e delle proprietà, utilizzando di volta in volta le tecniche di rilievo più moderne, fino a quelle GNSS.

Un tempo le attività umane erano territorialmente più limitate rispetto ad oggi e anche i sistemi di riferimento con origini locali, a volte con estensione di soli pochi km, erano sufficienti. La loro incoerenza esterna ha portato presto ad aumentarne le dimensioni per diminuire la numerosità, creando in Italia situazioni a "macchia di leopardo" in compresenza cioè di origini di piccole e grandi estensioni, pur sempre incoerenti tra loro e soprattutto incoerenti con i sistemi di riferimento globali nei quali si opera con rilievi GNSS, tecnica ormai usata anche per operazioni di rilievo catastale.

Per coerenza con le carte tecniche e con i sistemi di posizionamento satellitare, è di notevole importanza riunificare dapprima i sistemi di riferimento locali e renderli poi compatibili con il sistema globale. Dopo queste operazioni, anche con semplici e veloci misure RTK, si potrebbero allora eseguire rilievi per frazionamenti od operazioni di riconfinamento, direttamente sul terreno, in tempo reale e con precisione di pochi centimetri e soprattutto anche in zone a cavallo di due o più Comuni. Questo tema coinvolge però anche lo scenario più ampio che riguarda la precisione metrica delle mappe catastali e di come questa metricità si sia mantenuta nel tempo nelle varie fasi di aggiornamento e digitalizzazione dei fogli cartacei.

Non ci occuperemo in questa sede di tale aspetto, ma solo dell'unificazione dei sistemi di riferimento in cui sono nate queste mappe. Come si comprende, ciò prescinde dalle successive operazioni di rilievo di dettaglio eseguite per la loro costruzione, dai lavori cartografici di impianto e dal degrado e dall'aggiornamento delle carte subiti nel tempo, ma in questo modo si ritorna al problema della congruenza esterna fra i vari sistemi di riferimento.

La necessità di questa trasformazione è legata anche all'evoluzione che hanno avuto i sistemi di riferimento nazionali e internazionali, e in Italia dalla direttiva INSPIRE, recepita dal DPCM del 10 novembre 2011 che prevede l'adozione del nuovo sistema geodetico nazionale basato sulla Rete Dinamica Nazionale (RDN) e la rappresentazione cartografica di Gauss nella standardizzazione internazionale UTM.

È noto che se si suppongono trascurabili le deformazioni subite dal territorio dall'impianto delle mappe, cosa ovviamente non vera, e se si considerano accidentali gli errori di misura, il cambio tra sistemi di riferimento avviene confrontando le coordinate degli stessi punti riportati su due o più mappe, detti "punti doppi" note nei due sistemi.

Il modello di confronto e di trasformazione deve essere compatibile con la proiezione cartografica dalla quale nascono le coordinate delle mappe che hanno punti comuni riconoscibili. Non si può fare a meno tuttavia, per valutare le tolleranze del metodo proposto, di conoscere le metodologie di rilievo a suo tempo adottate.

L'articolo propone una procedura geodetica rigorosa che è utilizzabile anche quando i punti doppi non sono in numero sufficiente per inquadrare ogni singola origine catastale autonomamente. Questo metodo può essere applicato anche su vasti territori (province regioni o nazioni), tiene conto dei diversi sistemi di riferimento e delle diverse deformazioni cartografiche indotte dai diversi tipi di rappresentazioni.

2 | CONSIDERAZIONI GEODETICHE E CARTOGRAFICHE

Il cambio di sistema di riferimento (*datum*) in ambito geodetico si esegue solitamente stimando i parametri di trasformazione secondo un determinato modello, generalmente quello della rototraslazione 3D con variazione di scala o la sua linearizzazione rappresentata dalla trasformazione di Molodensky. In entrambi i casi serve il confronto di coordinate di punti noti nei due sistemi di riferimento.

Gran parte della cartografia catastale ha utilizzato l’ellissoide di Bessel orientato a Genova, in particolare quella del Nord Italia nata prima, tuttavia, a motivo della localizzazione di questo ellissoide e specialmente per le dimensioni limitate delle piccole origini, si è ipotizzata nulla, o meglio trascurabile in ogni origine, la deviazione della verticale. Per questo più che di tanti sistemi cartografici si dovrebbe veramente parlare di tanti sistemi di riferimento.

Si usa dire tuttavia che, per gran parte della cartografia catastale, il *datum* è l’ellissoide di Bessel del 1841 orientato a Genova e la proiezione cartografica per ogni origine è quella di Cassini Soldner, senza ulteriori specificazioni.

Anche noi in seguito faremo tale ipotesi che riteniamo corretta per i nostri fini, perché ci riporta a quanto usato in fase di impianto delle mappe. Ipotizziamo che il *datum* sia unico per le varie origini e che, con particolari accorgimenti, si possano utilizzare per la trasformazione, le coordinate dei vari sistemi cartografici catastali per passare contemporaneamente dal vecchio al nuovo sistema di riferimento e dal vecchio al nuovo sistema cartografico.

L’approccio che seguiremo parte dalle coordinate delle due diverse proiezioni cartografiche legate ai due *datum*.

È noto come la carta di Gauss e quella di Cassini Soldner abbiano deformazioni lineari e angolari differenti. L’approccio banale di una trasformazione conforme tra coordinate non è quindi rigoroso e porterebbe a scarti incompatibili con le precisioni catastali anche in origini di limitata estensione e, a maggior ragione, per la riunificazione di tante piccole origini.

La procedura rigorosa è spiegata in dettaglio in Cina, 2008, perciò se ne richiamano qui solo i passi fondamentali, utili alla comprensione della successiva fase che permette di riunire tanti sistemi di riferimento. Il problema viene risolto in due fasi che sono:

1) trasformazione dalle coordinate Cassini Soldner alle coordinate di Gauss espresse nel *datum* catastale;
2) trasformazione dal *datum* catastale ad altro *datum* a partire dalle coordinate di Gauss in entrambi i sistemi.

Il metodo si basa principalmente sul fatto che nel cambio di *datum* tra i due sistemi già menzionati, l’arco di geodetica “*s*” ed il suo azimut “α“ (Figura 1) sono ai fini pratici praticamente invarianti, nell’ipotesi che i valori di *s* ed α siano tuttavia quantità definite sulla superficie dello stesso ellissoide (Cina, 2008; Surace, 1991).

È possibile eseguire il trasporto delle coordinate cartografiche sulla carta di Gauss da un punto O di coordinate E_O, N_O, ad un punto P (Figura 1), utilizzando la lunghezza *s*” e l’azimut α della trasformata della geodetica OP con le:

$$E_P = E_O + s''_{OP} \sin \vartheta_{OP}$$
$$N_P = N_O + s''_{OP} \cos \vartheta_{OP} \qquad (1)$$

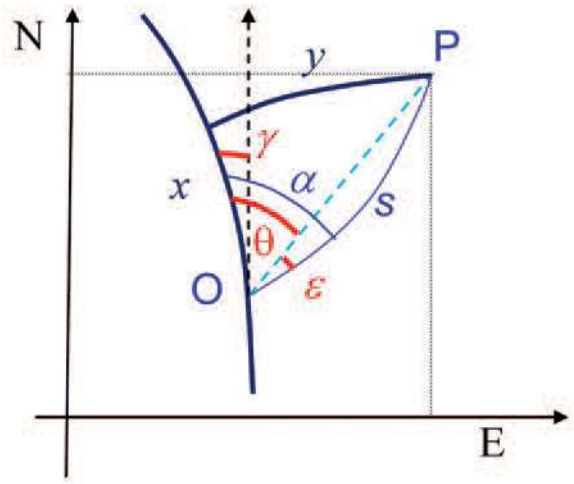


Figura 1 Geodetiche nel piano di Gauss e di Cassini Soldner - *Fonte: elaborazione degli autori*

Con *s*" e ϑ che sono rispettivamente la lunghezza e l'angolo di direzione della corda della trasformata. Tali valori possono essere ricavati dapprima dalle coordinate catastali X, Y attraverso le formule di Soldner (Inghilleri, 1970). Sulla carta Cassini Soldner la lunghezza e l'azimut della geodetica valgono:

$$s = \sqrt{(Y + \varepsilon X)^2 + (X + 2\varepsilon Y)^2} \qquad \alpha = atn\frac{Y + \varepsilon X}{X + 2\varepsilon Y} \tag{2}$$

con $3\varepsilon = \frac{X\,Y}{2\rho N}$ eccesso sferico e ρ, N raggi principali di curvatura. Ricordando le caratteristiche di conformità della carta di Gauss, su di essa l'angolo di direzione della corda che sottende la trasformata di geodetica può essere ricavato dalla:

$$\vartheta_{OP} = \alpha_{OP} + \gamma_O - \varepsilon_{OP} + \delta_{OP} \tag{3}$$

dove γ è la convergenza della trasformata del meridiano, ε è la correzione angolare alla corda e δ è la deformazione angolare della rappresentazione Cassini Soldner.

Per quanto riguarda la lunghezza della corda OP, partiamo dalla lunghezza della geodetica *s* sul piano della rappresentazione Cassini Soldner. Essa va "riproiettata" sull'ellissoide col modulo di deformazione lineare della rappresentazione Cassini Soldner (mCS) e riportata sul piano di Gauss col relativo modulo di deformazione lineare (mGauss). Chiamiamo *s*' questa grandezza ridotta sulla carta di Gauss:

$$s' = s\frac{m_{Gauss}}{m_{CS}} \tag{4}$$

Infine nel cambio di *datum* tra ellissoidi orientati localmente, si suppone che la riduzione della distanza alla superficie di riferimento sia avvenuta a partire dalla quota ortometrica H invece che quella ellissoidica h. L’operazione è lecita in quanto su ellissoidi locali le ondulazioni del geoide N=h-H hanno entità di pochi metri: trascurare la riduzione da geoide a ellissoide comporta un errore residuo dell’ordine del 10-6, trascurabile ai fini pratici.

Così non è lecito se consideriamo sistemi geocentrici come il WGS84, dove i valori di ondulazione del geoide possono essere anche di diverse decine di metri (50 m circa nel caso del Piemonte). Viene allora considerata l’ulteriore riduzione della distanza:

$$s'' = s' \left(1 - \frac{h - H}{\sqrt{\rho N}}\right) \tag{5}$$

È tale lunghezza s” il valore da usarsi nelle (1). La lunghezza della trasformata di geodetica può essere confusa con quella della corda senza perdita di precisione (10-7 per 1000 km).

Tornando ora alle coordinate della carta di Gauss e sfruttando il concetto già esposto che al cambio di ellissoide i valori di s rimangono quasi invariati e gli azimuth α si modificano di una costante comune, le coordinate di Gauss nel *datum* catastale saranno, dopo tali riduzioni, solo ruotate e traslate rispetto all’ellisoide di riferimento globale. Non solo, se sono note le coordinate delle origini TX e TY nel *datum* di arrivo, occorrerà teoricamente stimare i soli parametri di rotazione secondo la trasformazione conforme:

$$\begin{pmatrix} E \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \tag{6}$$

In realtà è corretto stimare non solo la rotazione incognita derivante dal diverso orientamento tra i due ellissoidi, ma anche il fattore di scala che, dopo le riduzioni già applicate, può derivare ancora sia dalle inevitabili distorsioni medie delle reti geodetiche che hanno materializzato i due *datum* che dalle dimensioni dei relativi ellissoidi di riferimento.

Con queste premesse e secondo lo schema finora esposto è stata sviluppata al Politecnico di Torino una procedura software chiamata CS2UTM per automatizzare la trasformazione a partire dalla sola conoscenza dell’origine nel *datum* di “arrivo” e di pochi punti di doppie coordinate per la stima di β e λ.

Anche nel caso di origine di coordinate incerte o andate perse essa può essere stimata, con la procedura esposta, a partire da alcuni punti, teoricamente almeno due di doppie coordinate, noti da monografia, o con l’aiuto di punti riconoscibili ancora in mappa e rilevabili con misure geodetiche moderne.

In loro mancanza, se il punto origine è ritrovabile sul terreno, può lui stesso essere rilevato. Essendo in genere questa origine difficilmente stazionabile con GNSS serviranno operazioni di intersezione e tecniche miste GNSS e topografiche classiche.

In mancanza di tali informazioni tuttavia, per poter applicare il metodo, è necessario ricorrere alla procedura che è oggetto principale di questo lavoro.

3 | LA TRIANGOLAZIONE AEREA CATASTALE (TAC)

La vecchia procedura CS2UTM prevedeva fossero note le coordinate dell'origine nel *datum* di arrivo, oltre ad alcuni punti di doppie coordinate (generalmente vertici trigonometrici). Ciò non si può ottenere sempre, specie in origini di piccola estensione che possono non avere punti trigonometrici di doppie coordinate al loro interno.

La nuova procedura permette di effettuare "in blocco" la trasformazione di una serie di origini verso un unico sistema di riferimento con l'uso dei dati storici delle reti catastali che hanno costituito la materializzazione, il *frame* di ogni origine locale, purché comuni a due o più sistemi di riferimento di zone fra loro adiacenti. È necessario un numero limitato di punti di doppie coordinate, non necessariamente presenti in ogni origine.

Osserviamo allora le seguenti similitudini con quanto accade in fotogrammetria per una triangolazione a modelli indipendenti, se ci si limita alle incognite planimetriche (Krauss, 1994):

1) il sistema cartografico catastale è analogo al sistema locale di ogni modello fotogrammetrico;
2) molti vertici utilizzati nella formazione della rete catastale sono stati utilizzati con molteplicità in più di una origine e in ciascuna di queste assumono diverse coordinate. Tali vertici fra più origini adiacenti sono analoghi ai punti di legame della triangolazione aerea;
3) i vertici della rete catastale di cui sono note anche le coordinate nel sistema di riferimento globale (in genere vertici della rete trigonometrica IGM) sono analoghi ai punti d'appoggio fotogrammetrico.

Comprenderemo meglio l'analogia con l'esempio di Figura 2 in cui osserviamo:

- tre sistemi locali catastali con origini O1 O2 eO3 ed orientamenti diversi fra di loro;
- punti di rete comuni a più origini. Saranno numerati in apice: 2' e 2", 4" e 4"', 6' 6" e 6"', 7' e 7".

In Figura 3 si osservino i tre punti di appoggio 1, 3 e, 5: essi non sarebbero sufficienti se si volessero orientare singolarmente i sistemi locali ma sono sufficienti e ridondanti per orientare in blocco le origini nel sistema globale e nella carta di Gauss (coordinate Est, Nord).

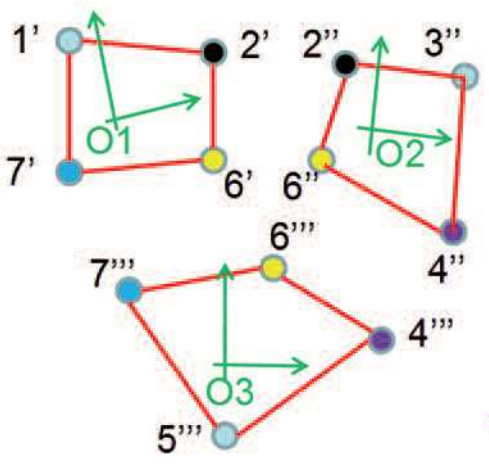


Figura 2 Origini catastali nei sistemi locali con punti comuni
Fonte: elaborazione degli autori

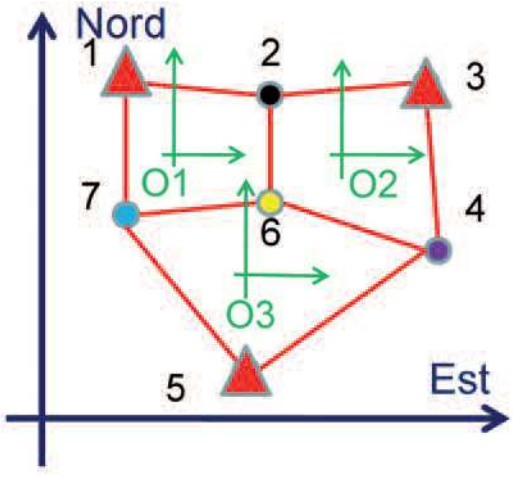


Figura 3 Origini catastali nel sistema globale, punti "di legame" e "di appoggio"
Fonte: elaborazione degli autori

Affrontiamo la trasformazione planimetrica a partire dalle relazioni di conformità fra i sistemi di riferimento globali e locali, dopo aver trasformato le coordinate dalla Carta di Cassini Soldner alla Carta di Gauss.
Come accennato l’ipotesi è quella di partire da coppie di coordinate che derivano da proiezioni e sistemi di riferimento diversi ma nella stessa proiezione cartografica di Gauss.
L’analogia della triangolazione, ma anche il modello della trasformazione lineare espressa dalle (7) non sarebbe dunque corretto.
Il problema è stato risolto per successive approssimazioni: l’ipotesi di trasformazione conforme tra sistemi cartografici non coerenti porta ad una prima stima approssimata della coordinate Tx e Ty delle origini catastali nella proiezione di Gauss, pur da origini provvisorie, con orientamento e scala pure provvisori, con la procedura geodetica illustrata.
Ora che le coppie di coordinate sono entrambe nella proiezione di Gauss, scriviamo per ogni “punto di legame” le equazioni:

$$\begin{aligned} \overline{T}_X \quad &+ \overline{a}X + \overline{b}\,Y - \overline{E} = v_X \\ \overline{T}_Y &- \overline{b}X + \overline{a}\,Y - \overline{N} = v_Y \end{aligned} \tag{7}$$

Mentre, per ogni “punto di appoggio” si può scrivere:

$$\begin{aligned} \overline{T}_X \quad &+ \overline{a}X + \overline{b}\,Y = E + v_X \\ \overline{T}_Y &- \overline{b}X + \overline{a}\,Y = N + v_Y \end{aligned} \tag{8}$$

Per arrivare ad un sistema ridondante Ax – l = v, da risolvere ai minimi quadrati.
Le (7) e (8) non differiscono nella forma ma nel numero delle incognite (termini soprasegnati): le coordinate E, N nel sistema globale sono note infatti per i soli punti di appoggio. I parametri di trasformazione sono comuni nelle equazioni che coinvolgono i punti nella stessa origine. Il bilancio equazioni-incognite è pertanto:

Parametri incogniti:
- 4 parametri incogniti (T_X, T_Y, a, b) per ogni sistema locale;
- 2 coordinate (E, N) incognite per ogni punto di legame tra le origini locali (equazioni (7));

Equazioni:
- 2 per ogni punto d’appoggio di coordinate E, N note: equazioni (8);
- 2 di vincolo per ogni punto i comune a due origini:

$$E_i^{'} = E_i^{''} \qquad N_i^{'} = N_i^{''}$$

Se applichiamo il bilancio al caso proposto in Figura 2 e Figura 3 avremo i seguenti parametri incogniti:
- sistemi locali: 4 per origine * 3 origini = 12
- coordinate dei punti di legame 2, 4, 6 e 7: 2 per 4 punti= 8
  per un totale di 20 incognite.

Le equazioni saranno due per ogni punto di legame e di appoggio per ogni origine. Nel caso in esame avremo per le varie origini:

- 2 equazioni per ognuno dei tre punti d'appoggio (1, 3 e 5) = 6 equazioni;
- 2 per punti legame origine O_1: 3 punti (2', 6', 7') * 2 coordinate = 6 equazioni;
- 2 per punti legame origine O_2: 3 punti (2", 4", 6") * 2 coordinate = 6 equazioni;
- 2 per punti legame origine O_3: 3 punti (4"', 6"', 7"') * 2 coordinate = 6 equazioni.

Per un totale di 24 equazioni. Il sistema analizzato è solo un esempio e presenta bassa ridondanza 24-20=4 ma già permette di stimare ai minimi quadrati i parametri incogniti $\hat{x}$:

$$\hat{x} = \left(A^T P A\right)^{-1} A^T P l = N^{-1} T_n \tag{9}$$

Rimanendo sull'esempio delle Figure 2 e 3 esplicitiamo per maggior chiarezza la matrice $A_{(24x20)}$, il vettore dei parametri x e quello dei termini noti l valgono:

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & \begin{matrix}0&0&0&0\\I&0&0&0\\0&0&I&0\\0&0&0&I\end{matrix} \\ 0 & A_2 & 0 & \begin{matrix}0&0&0&0\\I&0&0&0\\0&I&0&0\\0&0&I&0\end{matrix} \\ 0 & 0 & A_3 & \begin{matrix}0&0&0&0\\0&I&0&0\\0&0&I&0\\0&0&0&I\end{matrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ EN_2 \\ EN_4 \\ EN_6 \\ EN_7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} EN_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ EN_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ EN_5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \left(v^{(24x1)}\right) \tag{10}$$

dove le sottomatrici A, P, I e EN sono espresse dalle:

$$A_1^{(8x4)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & X_1' & Y_1' \\ 0 & 1 & Y_1' & -X_1' \\ 1 & 0 & X_2' & Y_2' \\ 0 & 1 & Y_2' & -X_2' \\ 1 & 0 & X_6' & Y_6' \\ 0 & 1 & Y_6' & -X_6' \\ 1 & 0 & X_7' & Y_7' \\ 0 & 1 & Y_7' & -X_7' \end{bmatrix} \quad A_2^{(8x4)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & X_3' & Y_3' \\ 0 & 1 & Y_3' & -X_3' \\ 1 & 0 & X_2' & Y_2' \\ 0 & 1 & Y_2' & -X_2' \\ 1 & 0 & X_4' & Y_4' \\ 0 & 1 & Y_4' & -X_4' \\ 1 & 0 & X_6' & Y_6' \\ 0 & 1 & Y_6' & -X_6' \end{bmatrix} \quad A_3^{(8x4)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & X_5' & Y_5' \\ 0 & 1 & Y_5' & -X_5' \\ 1 & 0 & X_4' & Y_4' \\ 0 & 1 & Y_4' & -X_4' \\ 1 & 0 & X_6' & Y_6' \\ 0 & 1 & Y_6' & -X_6' \\ 1 & 0 & X_7' & Y_7' \\ 0 & 1 & Y_7' & -X_7' \end{bmatrix}$$

$$P_i^{(4x1)} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ a \\ b \end{bmatrix}_i^T \qquad I^{(2x2)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad EN_i^{(2x2)} = \begin{bmatrix} E \\ N \end{bmatrix}_i \tag{11}$$

Tabella 1 Scrittura del sistema Ax – l =v a minimi quadrati dell'esempio

La matrice dei pesi P, in mancanza di informazioni stocastiche sulla precisione dei punti, può essere assunta unitaria. La stima della matrice di varianza covarianza avviene al solito con le:

$$C_{XX} = \hat{\sigma}_0^2 N^{-1} \text{ con } \hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{v}^T P \hat{v}}{n-r} \text{ e } \quad \hat{v} = A\hat{x} - l \tag{12}$$

I punti ritenuti misure outlier sono stati individuati con il test di Thomson sul residuo normalizzato:

$$w = \frac{\hat{v}}{\hat{\sigma}_v} < k_\alpha \tag{13}$$

Dove α qui è il livello di significatività del test e k_α il corrispondente intervallo di confidenza. Lo scarto quadratico medio può essere ricavato dagli elementi diagonali della matrice di varianza covarianza dei residui (Cina, 2004):

$$C_{vv} = RP^{-1} = \left(AN^{-1}A^T P - I\right)P^{-1} \tag{14}$$

Vediamo ora i risultati di questo metodo applicato ad un caso reale, sui dati raccolti della provincia di Novara in regione Piemonte.

4 | LA TRASFORMAZIONE DEI SISTEMI CATASTALI DELLA PROVINCIA DI NOVARA

Le procedure esposte sono state applicate su tutta la Regione Piemonte per la trasformazione da sistema catastale a ETRF2000. Per esattezza le coordinate dei punti di appoggio erano espresse nel vecchio sistema Gauss Boaga (*datum* Roma 40) e la trasformazione è stata dapprima eseguita in questo sistema. La trasformazione dal sistema Roma 40 al sistema ETRF2000 è avvenuta attraverso l'approccio VERTO, a partire da "grigliati" di iso-variazione delle coordinate geografiche, determinate dall'IGM.

Il problema delle piccole origini è particolarmente diffuso sia nella provincia di Novara che in tutto il Piemonte che ne conta oltre 540. In particolare in due provincie: in gran parte di Novara e di Alessandria, i dati storici riportano le sole coordinate delle reti catastali (Figura 4) nei sistemi locali (Figura 6).

Riportiamo come esempio proprio la provincia di Novara perché essa insiste su una superficie di ben 1340 km2, con 88 comuni di cui 50 riferiti a piccole origini, e 33 riferiti alla grande origine sul "punto ideale Ω" di Vercelli che non ha una materializzazione pratica sul terreno. Cinque comuni hanno più di una origine, e così abbiamo un totale di 62 "sistemi d'asse" di piccola estensione e un solo sistema di grande estensione (Figura 5).

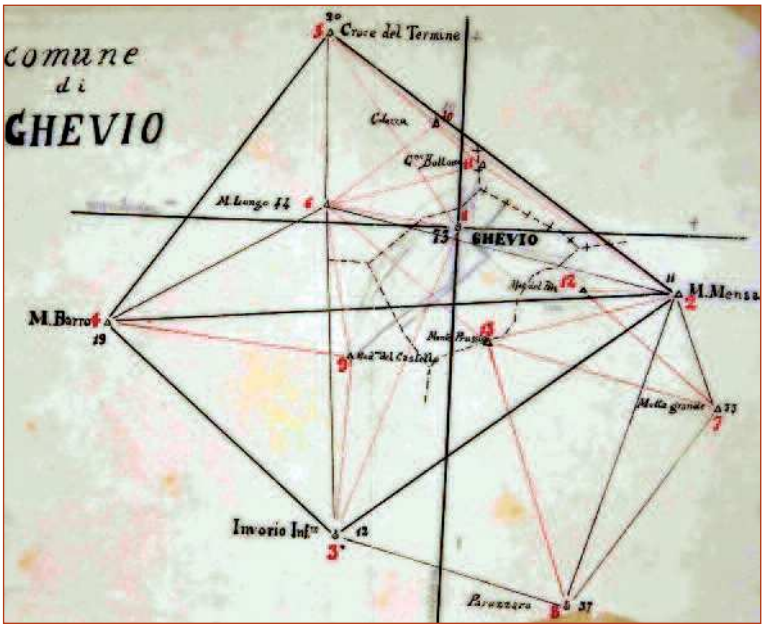


Figura 4 Sistema di riferimento di una origine catastale: reti e sotto-reti - *Fonte: AdT Novara*

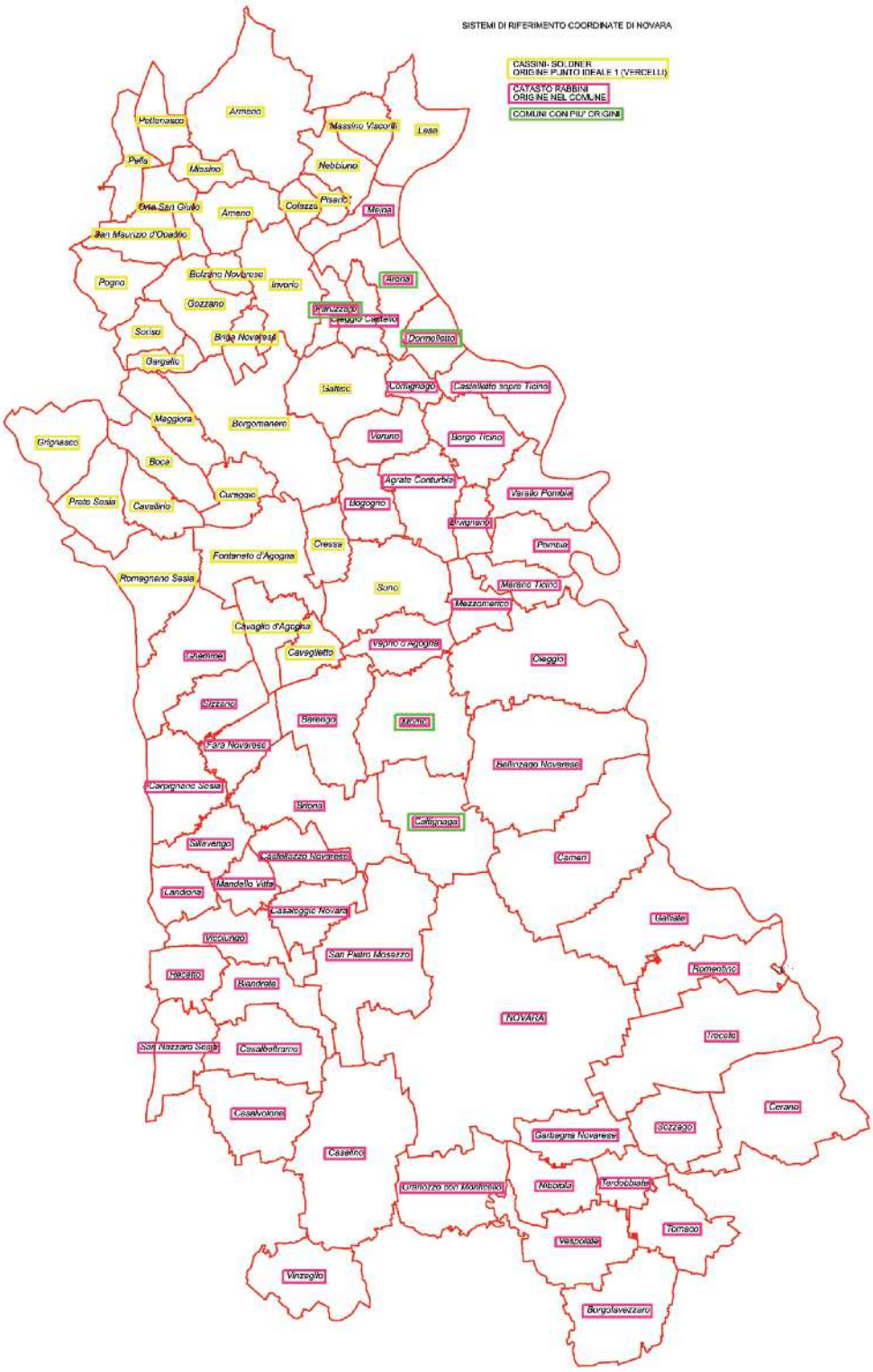
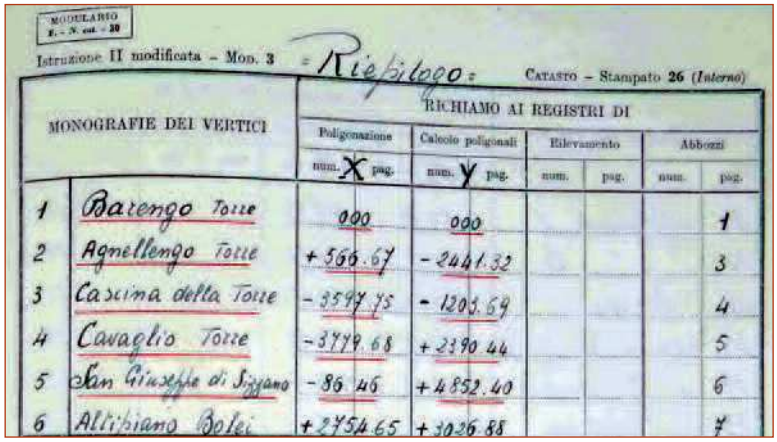


Figura 5 Origini in provincia di Novara - *Fonte AdT Novara.*
In rosso e verde le piccole origini, giallo la grande origine su "punto ideale" Ω



MODULARIO F. - N. rist. - 30

Istruzione II modificata – Mod. 3 – Riepilogo – CATASTO – Stampato 26 (Interno)

	MONOGRAFIE DEI VERTICI	RICHIAMO AI REGISTRI DI					
		Poligonazione		Calcolo poligonali		Rilevamento	Abbozzi
		num. X	pag.	num. Y	pag.	num. pag.	num. pag.
1	Barengo Torre	000		000			1
2	Agnellengo Torre	+566.67		-2441.32			3
3	Cascina della Torre	-3547.75		-1205.69			4
4	Cavaglio Torre	-3779.68		+2390.44			5
5	San Giuseppe di Sizzano	-86.46		+4852.40			6
6	Altipiano Bolei	+2754.65		+3026.88			7

Figura 6 Coordinate Casini Soldner di vertici trigonometrici catastali - *Fonte: AdT Novara*

Il programma TAC, realizzato in ambiente Matlab ® prevede la digitalizzazione degli archivi cartacei simili a quelli visibili in Figura 6. Per avviare la procedura è necessario infatti riconoscere automaticamente i punti comuni nel database delle coordinate, ordinare i punti comuni a più origini e scrivere il sistema di equazioni come nell'esempio di Tabella 1.

Un pesante lavoro preliminare ha dunque portato alla costruzione di un data base di coordinate in formato digitale, "resuscitate" dai dati storci di archivio. Il lavoro è consistito anche nella ricerca e nel ritrovamento dei vertici utilizzati dal catasto che fossero coincidenti con i vertici della rete trigonometrica dell'IGM. Nella sola provincia di Novara sono stati utilizzati:

- 310 punti di legame comuni a più origini per un totale di 798 combinazioni di legame.
- 54 vertici catastali coincidenti con vertici trigonometrici IGM (Roma 40).
- 63 origini catastali non note

I punti totali ammontano pertanto a 852 e generano un sistema di 1704 equazioni che consentono di stimare le coordinate di 310 punti di rete catastale che in tal modo ricostruiscono il legame tra le varie origini.

A questa incognite vanno sommate quelle dei 4 parametri di trasformazione per ognuna delle 63 origini per un totale di 872 incognite. Il sistema ha dunque una buona ridondanza relativa.

5 | ANALISI DEI RISULTATI

La compensazione di questo blocco permette di fare alcune considerazioni per validare la precisione e l’accuratezza della metodologia e, contemporaneamente, anche quella dei vertici catastali che hanno permesso poi l’inquadramento e la costruzione delle mappe originali di impianto.

Per quanto riguarda i parametri di rotazione e scala ricavati, solo i primi hanno evidenziato un valore statisticamente diverso da zero, con sqm di pochi mgon. Non appaiono invece statisticamente significativi i valori del fattore di scala: la loro applicazione è comunque necessaria per modellare localmente le distorsioni locali delle reti, pur non avendo un preciso significato fisico.

Dalla Figura 7 si può apprezzare la precisione con la quale sono state stimate le coordinate di Gauss delle origini dei sistemi catastali. Lo sqm planimetrico stimato in compensazione è riportato in ordinata, secondo valori crescenti per ognuna delle 62 origini della provincia di Novara. Esso risulta minore di 37 cm nel 95% dei casi.

La compensazione permette anche di stimare congiuntamente le coordinate di Gauss dei 310 punti di rete catastali comuni a due o più origini e la loro precisione planimetrica.

In Figura 8 sono riportati in ordinata tali valori, ordinati in ascissa in maniera crescente. Le considerazioni possibili sono coerenti con quanto già osservato circa la precisione delle origini dei sistemi catastali: la precisione risulta migliore di 41 cm nel 95% dei casi.

Se si pensa che la maggior parte delle mappe sono state realizzate a scala 1:2000 (l’errore di graficismo è di 40 cm) e che la precisione del rilievo di dettaglio subisce solo un lievissimo decremento rispetto a quello della rete che lo inquadra, tali valori di precisione appaiono adeguati anche oggi per una carta tecnica a tale scala.

Figura 7 Sqm planimetrico (m) delle 62 origini catastali (<37 cm al 95%)

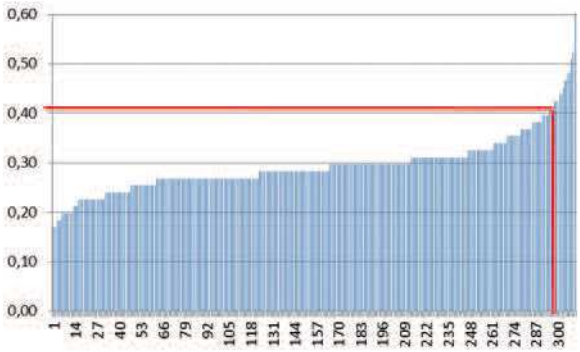


Figura 8 Sqm planimetrico (m) dei 310 punti) di rete catastale (<41 cm al 95%)

Ricordiamo come la formazione delle reti trigonometriche catastali e IGM sono state operazioni complesse e, in parte, contemporanee. Il Catasto utilizzò nel nord Italia coordinate dei vertici IGM di tipo provvisorio, per non attendere una compensazione che avrebbe allungato le operazioni di formazione della carta.

Le coordinate finali possono essere dunque diverse da quelle utilizzate in fase di calcolo delle reti catastali. La coerenza tra le reti catastali e quella IGM si può evidenziare dall’analisi degli scarti minimi quadrati v (formule (10), visibili in Figura 9 sui 54 vertici catastali che sono anche vertici IGM, prevalentemente del 3° ordine. Pur essendo tali scarti minori di 78 cm nel 95% dei casi, la coerenza

tra i 310 punti di legame comuni a reti catastali adiacenti risulta molto buona, con valori minori di 41 cm nel 95% dei casi (Figura 10).

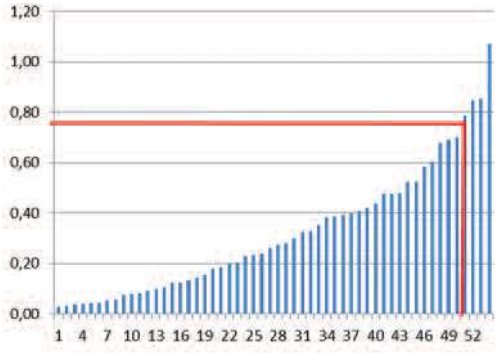


Figura 9 Scarti planimetrici crescenti [m] sui 54 punti di appoggio (<78 cm al 95%)

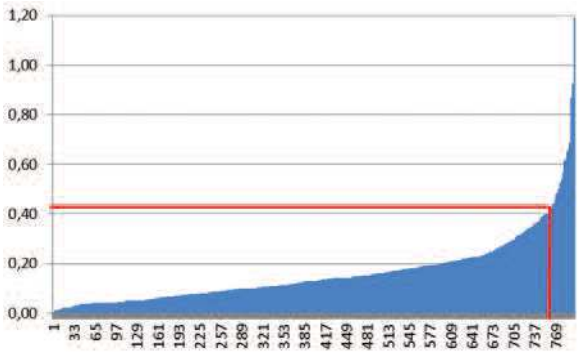


Figura 10 Scarti planimetrici crescenti [m] su 310 punti di legame comuni a diverse origini (<41cm al 95%)

Tali risultati sulla rete di punti di appoggio appaiono particolarmente buoni se si pensa che la rete considerata insiste su una zona di 50 km circa di sviluppo sia in Est che in Nord e che la rete è stata rilevata e calcolata più di un secolo fa.

Tali risultati vanno visti alla luce dei metodi di misura che i rilevatori di allora possedevano e ciò rende merito e onore ad una generazione di rilevatori che hanno saputo trarre il massimo dagli strumenti e dalle tecniche di rilievo a loro disposizione.

Il risultato dimostra anche come tale rete possa ancora oggi supportare la trasformazione della cartografia catastale verso i nuovi sistemi di riferimento senza un deperimento della precisione e come quindi tale trasformazione sia compatibile con l'utilizzo di un unico e più generale sistema di riferimento.

6 | CONCLUSIONI

Dopo l'applicazione della procedura TAC alla provincia di Novara, le stesse tecniche sono state applicate con successo ai vari sistemi locali dell'intera rete catastale della Regione Piemonte.

Le procedure esposte hanno portato infine alla trasformazione dell'intera cartografia catastale di tutta la regione Piemonte dapprima nel sistema Roma 40 e infine nel sistema di riferimento ETRF2000.

Quest'ultimo lavoro ha coinvolto oltre 30000 mappe a grande scala (prevalentemente in scala 1:2000) e circa 25000 km^2 di superficie. Nelle due provincie di Alessandria e Novara è stato applicato il metodo TAC, non essendo presenti punti di doppie coordinate in numero sufficiente per ogni origine catastale, negli altri casi il metodo CS2UTM. Si è analizzato qui il solo caso di Novara in quanto maggiormente significativo per dimensioni, numerosità dei dati e complessa tipologia dei sistemi di riferimento.

La vastità del lavoro e gli ottimi risultati ottenuti hanno mostrato come la valorizzazione dei dati geodetici storici delle reti di impianto, le monografie gli schemi grafici delle reti, i registri, ecc. possono consentire la trasformazione tra i sistemi di riferimento in maniera rigorosa, pur non

disponendo di informazioni a priori sulle origini catastali ma sfruttando solo punti comuni alle reti di origini adiacenti e un limitato numero di vertici trigonometrici di coordinate note nel sistema di arrivo.

A più di un secolo dalla sua istituzione è sorprendente osservare la cura e la precisione con le quali sono stati condotti i rilievi di impianto, testimoniata dopo tanti anni dai valori degli scarti e delle coordinate dei punti di legame e dei vertici trigonometrici, ancora oggi in linea con quanto richiesto da una moderna cartografia scala 1:2000.

Determinante è stato il materiale geodetico riscoperto e valorizzato che ha permesso la ricostruzione dei sistemi di riferimento e la loro trasformazione. Gli algoritmi di trasformazione sono poi stati applicati alle singole mappe catastali, origine per origine, a partire dai parametri stimati per ognuna di esse.

A valle di questa operazione è stato sorprendente verificare anche la notevole precisione delle mappe storiche originali di impianto sia in relazione alla coerenza con le origini confinanti che con la sovrapposizione con la carta tecnica o la recente ortofotocarta.

Tali carte rilevate più recentemente nei nuovi sistemi di riferimento e con metodi e strumenti ben più sofisticati, provano sia la corretta procedura, sia il buon lavoro eseguito anche dai rilevatori delle mappe di impianto che si sono riferiti ai numerosi sistemi locali.

Ringraziamenti
Il lavoro è stato svolto nell'ambito di una attività finanziata da CSI Piemonte nella quale il Politecnico di Torino – DIATI si è occupato della trasformazione delle mappe catastali nei nuovi sistemi di riferimento.
Si ringraziano per il materiale messo a disposizione il CSI Piemonte, in particolare il Dott. Mauro Vasone e Marzio Pipino, e l'Agenzia delle Entrate (allora Agenzia del Territorio). Si ringrazia in particolare l'ing. Flavio Ferrante per la continua discussione e il confronto su queste appassionanti tematiche.

Bibliografia

Abidin H. Z., Haroen T.S., Adiyanto F. H., Andreas H., Gumilar I., Mudita I., Soemarto I. (2015).

On the establishment and implementation of GPS CORS cadastral surveying and mapping in Indonesia. Survey Review 47 (340), 61-70. DOI: http://dx.doi.org/10.1179/1752270614Y.0000000094

Bildirici, I. O. (2003). Numerical inverse transformation for map projections. *Computers & Geosciences* 29: 1003-1011.

Bin A. Y., Chai G., P. (1996). *Improving cadastral survey controls using GPS surveying in Singapore*. Survey Review 33 (261) 488 495

Boaga, G.(1953). Sulla rappresentazione cilindrica congruente di Soldner e sui problemi geo-cartografici dell'ingegneria. Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali, n. 5, 1953. pagg. 285-296.

Bonifacino, B. (1968). La rappresentazione di Gauss nella formazione delle nuove mappe catastali. *Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali,* n. 5-6, 1968. pagg. 217-240.

Cina A. (2008). La carta catastale in un sistema globale. In: *Rivista dell'Agenzia del Territorio*, vol. 1, pp. 13-26. - ISSN 1593-2192

Cina A., Ferrante F.C., Piras M., Porporato M.C. (2012). La trasformazione dal *datum* catastale ai *datum* Roma 1940 e ETRF2000. In: *Territorio Italia*, vol. 01/12, pp. 107-119. - ISSN 2240-7707

Cina, A.; Manzino, A.M.; Manzino, G. (2015). Recovery of cadastral boundaries with GNSS equipment. In: Survey Review. - ISSN 0039-6265

Di Filippo, S. (1995). Sulla trasformazione delle coordinate plano-cartografiche dalla rappresentazione di Cassini-Soldner alla rappresentazione di Gauss-Boaga e viceversa (parte 1°). *Rivista del Dipartimento del Territorio*, n. 3 1995. pagg. 151-186.

Di Filippo, S. (1996). Sulla trasformazione delle coordinate plano-cartografiche dalla rappresentazione di Cassini-Soldner alla rappresentazione di Gauss-Boaga e viceversa (parte 2°). *Rivista del Dipartimento del Territorio*, n. 1 1996. pagg. 105-187.

Doytsher, Y., Hall, J.K., (1997). Gridded affine transformation and rubber-sheeting algorithm with FORTRAN program for calibrating scanned hydrographic survey maps. *Computers & Geoscience* 23, 785-791.

Felus Y., A., (2007). On the positional enhancement of digital cadastral maps. *Survey Review* 39 (306), 268-281. DOI: http://dx.doi.org/10.1179/175227007X197183

Guiducci, A. (1953). Trasformazione delle coordinate Cassini-Soldner di piccoli sviluppi catastali in coordinate Gauss-Boaga. *Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali*, n. 2, 1953. pagg. 109-113.

Inghilleri, G. (1974): *Topografia Generale*. Torino, Utet, 1974.

Kao S-P., Tu C-P., Chen C-N. (2013). A coordinate vector correction method to improve the traditional affine transformation graphic digitized cadastral map. 2013. *Survey Review* 45 (332) 352-356. DOI: http://dx.doi.org/10.1179/1752270612Y.0000000032

Kraus, K. (1994). *Fotogrammetria*. Vol.1 – Teoria e applicazioni. Traduzione e ampliamento di Sergio Dequal. Torino, Levrotto & Bella, 1994.

Manzino, A. (2017). *Quaderni di Topografia* Vol.1 – Torino, Levrotto e Bella

Manzino, A.M., Dabove, P. (2013). *Quality control of the NRTK positioning with mass-market receivers.* In: Hsues H (Ed.) Global Positioning Systems: Signal Structure, Applications and Sources of Error and Biases, Nova Science Publisher Inc., pp. 17-40.

Pàroli, A. (1943). Il problema della trasformazione delle coordinate nella rappresentazione conforme di Gauss e l'unificazione delle reti trigonometriche del nuovo stato. *Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali*, n. 3, 1943. pagg. 213-227.

Pàroli, A. (1948). *Triangolazioni topografiche e del Catasto*. Milano, Hoepli, 1948.

R. Commissione Geodetica Italiana: *Elementi della rete geodetica fondamentale a nord del parallelo di Roma*. 1908.

R. Commissione Geodetica Italiana: *Elementi della rete geodetica fondamentale a sud del parallelo di Roma*. 1919.

Stoppini, A. (1992). Procedimento per la trasformazione diretta e inversa delle coordinate piane dal sistema catastale al sistema nazionale. *Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali*, n.1, 1992. pagg. 13-36.

Surace, L. (1991). L'integrazione tra sistemi cartografici locali e sistema cartografico nazionale per la geo-referenziazione delle informazioni territoriali. *Bollettino della Associazione Italiana di Cartografia*. 81-82/1991

Surace, L. (2004). La georeferenziazione delle informazioni territoriali. "*Bollettino di Geodesia e Scienze Affini*", vol. III, n.6, pp.168-179.

Targa, G. Vettore, A. (1994). Nota tecnica sulle trasformazioni di coordinate plano-cartografiche dal sistema catastale Cassini-Soldner al sistema nazionale Gauss-Boaga. *Rivista del Dipartimento del Territorio*, n. 3 1994. pagg. 109-124.

Quest'opera è distribuita con
Licenza Creative Commons Attribuzione - Non commerciale 3.0